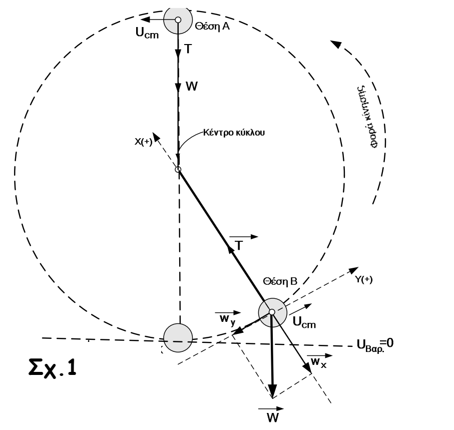
Παρατηρήσεις πάνω στην κυκλική κίνηση



Σχ.1

➢Όταν το κέντρο μάζας ενός στερεού κάνει κυκλική κίνηση τότε θα πρέπει : η συνισταμένη των δυνάμεων κατά μήκος της ακτίνας του κύκλου που διαγράφει το cm να είναι η απαραίτητη **κεντρομόλος δύναμη F_K.**

Δηλαδή η κεντρομόλος δύναμη δεν είναι μια νέα δύναμη, αλλά η συνισταμένη των δυνάμεων που ήδη ασκούνται πάνω στο σώμα κατά μήκος της ακτίνας με φορά προς το κέντρο του κύκλου.

Για την δυναμική μελέτη της κυκλικής κίνησης κάνουμε τα εξής :

1) Σχεδιάζουμε πάνω στο στερεό όλες τις δυνάμεις.

2) κάνουμε ένα νέο σχήμα στο οποίο μεταφέρουμε πάνω στο cm όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο στερεό.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Το cm ενός στερεού κινείται υποθέτοντας ότι πάνω του ασκούνται όλες οι δυνάμεις που ασκούνται σε όλο το στερεό.

3) Επιλέγουμε 2 άξονες. α) Ο άξονας χ κατά μήκος της ακτίνας του κύκλου **με θετική φορά προς το κέντρο** του κύκλου και άξονας y εφαπτόμενος του κύκλου (δηλαδή κάθετος στον άξονα χ). Η αρχή Ο του συστήματος των αξόνων που επιλέξαμε είναι το cm του στερεού.

4) Αναλύουμε τις δυνάμεις που έχουμε ήδη σχεδιάσει πάνω στους δύο άξονες.

5) Γράφουμε τις εξής εξισώσεις: α) $\mathbf{\Sigma F_{(x)}=F_K \Rightarrow \Sigma F_{(x)}=}m\frac{U_{cm}^2}{R}$ (1) και b) $\mathbf{\Sigma F_{(y)}=m.a_\varepsilon}$, όπου a_ε είναι η επιτρόχια επιτάχυνση (σπάνια χρειάζεται αυτή η εξίσωση)

Από την (1) μπορούμε να βρούμε κάποια δύναμη ή την ταχύτητα του κέντρου μάζας U_{cm}.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Αν το σώμα στο οποίο εφαρμόζουμε αυτή την μελέτη είναι σημειακό τότε το cm που ανέφερα παραπάνω προφανώς συμπίπτει με το ίδιο το σώμα άρα α) δεν χρειάζεται να κάνουμε άλλο σχήμα και β) οι δυνάμεις που σχεδιάζουμε πάνω στο σώμα είναι ήδη πάνω στο κέντρο μάζας αφού αυτά συμπίπτουν.

Στο παραπάνω σχήμα (σχ.1) έχουμε για την θέση Β: Αφού σχεδιάσαμε τις δυνάμεις και τις αναλύσαμε σε δύο άξονες όπως είπαμε στα παραπάνω βήματα, βλέπουμε ότι κατά μήκος της ακτίνας οι δυνάμεις που έχουμε είναι η $\vec{T}$ και η $\vec{w}_x$. Η συνισταμένη αυτών των δύο είναι η κεντρομόλος δύναμη, δηλαδή : $\Sigma F_{(ακτίνας)}=m\frac{U_{cm}^2}{R} \Rightarrow T - W_x = m\frac{U_{cm}^2}{R}$. Από τη σχέση αυτή συνήθως υπολογίζουμε την τάση Τ ή την ταχύτητα του κέντρου μάζας U_{cm}.

Συνθήκη ανακύκλωσης : *ονομάζουμε το σύνολο των συνθηκών που πρέπει να ικανοποιούνται ώστε όταν ένα σώμα βρίσκεται στο ανώτερο σημείο της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει να μπορέσει να περάσει από εκεί με "ασφάλεια" και να συνεχίσει την κυκλική τροχιά του.*

Διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις: 1) Σώμα είναι δεμένο στην άκρη νήματος και εκτελεί κυκλική τροχιά σε κατακόρυφο επίπεδο. 2) Σώμα διαγράφει κυκλική τροχιά πατώντας σε κυκλικό οδηγό (η περίπτωση αυτή είναι ισοδύναμη με την πρώτη. 3) Σώμα διαγράφει κυκλική τροχιά σε κατακόρυφο επίπεδο και ακουμπά στο άκρο ράβδου ή αναφερόμαστε στο ίδιο το άκρο της ράβδου. Ας δούμε αναλυτικά τις παραπάνω περιπτώσεις:

Παρατηρήσεις πάνω στην κυκλική κίνηση

Περίπτωση 1 (στην ουσία αφορά το σχήμα 1 της προηγούμενης σελίδας)

Συνθήκη ανακύκλωσης σε νήμα : Η δύναμη που καθορίζει την δυνατότητα πραγματοποίησης της κυκλικής τροχιάς με ασφάλεια είναι η Τ (η ύπαρξη της Τ σημαίνει ότι το νήμα είναι τεντωμένο). Θα πρέπει στο ανώτερο σημείο να ισχύει **Τ≥0**. Για οριακό πέρασμα δεχόμαστε ότι **Τ=0**

Αν εφαρμόσουμε την συνθήκη αυτή στο ανώτερο σημείο (σημείο Α) έχουμε : $\Sigma F_{(\alpha\kappa\tau\iota\nu\iota\kappa\acute{\alpha})} = m\frac{U_{cm}^2}{R} \Rightarrow T+w = m\frac{U_{cm}^2}{R} \Rightarrow T = m\frac{U_{cm}^2}{R} - mg$ (1) και Τ≥0 (συνθήκη ανακύκλωσης) ⇨

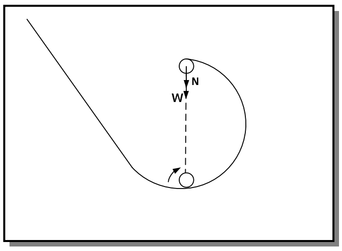
$\cancel{m}\frac{U_{cm}^2}{R} - \cancel{m}g \geq 0 \Rightarrow \boxed{U_{cm} \geq \sqrt{g.R}}$ (2) . Δηλαδή τώρα υπολογίσαμε τις τιμές που πρέπει να έχει η ταχύτητα του σώματος στο ανώτερο σημείο για να μπορέσει να πραγματοποιηθεί με ασφάλεια η κυκλική τροχιά. Η ελάχιστη τιμή ταχύτητας που πρέπει να έχει το σώμα είναι η $U_{cm/min} = \sqrt{g.R}$ (3)

Προφανώς η ταχύτητα αυτή καθορίζεται από την ταχύτητα που έχει το σώμα στο κατώτερο σημείο, δηλαδή με την κατάλληλη ταχύτητα στο σημείο Κ (θέση κ στο σχήμα). Ας το δούμε πώς : Εφαρμόζουμε Α.Δ.Μ.Ε.: $E_{MHX(\theta\acute{\varepsilon}\sigma\eta\ K)} = E_{MHX(\theta\acute{\varepsilon}\sigma\eta\ A)}$ (3)

Διευκρινήσεις : α) Θεωρούμε επίπεδο αναφοράς για την βαρυτική ενέργεια, το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το κέντρο μάζας της σφαίρας, όταν αυτή βρίσκεται στην κατώτερη θέση της τροχιάς της (Θέση Κ) και β) η ακτίνα R της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει το cm είναι : R = L+r, όπου L το μήκος του νήματος και r η ακτίνα της μικρής σφαίρας. Αν όμως η ακτίνα r είναι πολύ μικρότερη από το μήκος L του νήματος (συνήθως στις ασκήσεις που ισχύει αυτή η παραδοχή αναφέρει η εκφώνηση «να αγνοηθεί η ακτίνα της σφαίρας»), δηλαδή αν r<<L τότε R=L+r≅L γ) η κίνηση που κάνει η μικρή σφαίρα είναι καθαρά μεταφορική [προσέξτε όχι στροφική γιατί η σφαίρα δεν αυτοπεριστρέφεται (spin)]

(3) ⇨ $K_{M\varepsilon\tau.(\theta\acute{\varepsilon}\sigma\eta\ K)} + \underbrace{U_{\beta\alpha\rho.(\theta\acute{\varepsilon}\sigma\eta\ K)}}_{=0} = K_{MET.(\theta\acute{\varepsilon}\sigma\eta\ A)} + U_{\beta\alpha\rho.(\theta\acute{\varepsilon}\sigma\eta\ A)} \Rightarrow \frac{1}{2}mU_k^2 + 0 = \frac{1}{2}mU_A^2 + mg2R \Rightarrow$ ....(4)

Αν στην σχέση (4) αντικατασταθεί η σχέση (3) τότε μπορούμε ποια πρέπει να είναι η ελάχιστη ταχύτητα που πρέπει να έχει η μάζα στο κατώτερο σημείο Κ ώστε να γίνει η ανακύκλωση, συγκριμένα προκύπτει : $U_{k/min.} = \sqrt{5.g.R}$

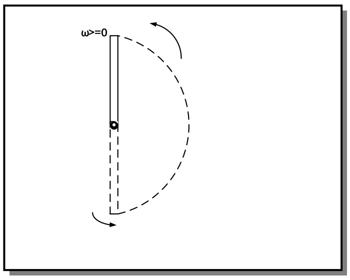


Περίπτωση 2

Το σώμα πατά πάνω σε κυκλικό οδηγό : Πάλι θα πρέπει στο ανώτερο σημείο να ισχύει Ν≥0 και ισχύουν ακριβώς τα ίδια όπως και την περίπτωση (1).

Περίπτωση 3

Στην περίπτωση ράβδου που εκτελεί στροφική κίνηση σε κατακόρυφο επίπεδο, θα πρέπει :



Συνθήκη ανακύκλωσης ράβδου : Στο ανώτερο σημείο της τροχιάς της πρέπει **ω≥0**

Περίπτωση 4 : Αν στην περίπτωση (3) υπήρχε μικρό σώμα που είναι στερεωμένο στο άκρο της ράβδου τότε αυτό για να κάνει ανακύκλωση αρκεί στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του (εκεί που είπαμε για τη ράβδο ω≥0) να έχει γραμμική ταχύτητα: U≥0