

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

**A. α.** Δείξτε ότι για δύο ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  ισχύει ότι:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B). \quad [7 \text{ μον.}]$$

**β.** Συμπληρώστε τα παρακάτω κενά ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:

**i.** Αν  $A \cap B = \emptyset$  τότε  $P(A \cup B) - P(A) = \dots\dots\dots$

**ii.** Για τα ενδεχόμενα A, B του ίδιου δειγματικού χώρου  $\Omega$  ισχύει:

$$P(A \cup B) - P(A \cap B) = \dots\dots\dots [6 \text{ μον.}]$$

**B. i.** Χαρακτηρίστε τις προτάσεις που ακολουθούν Σωστές ή Λάθος.

**α.**  $A = B$  τότε  $P(A) = P(B)$                        $\Sigma$       $\Lambda$

**β.**  $P(A) = P(B)$  τότε  $A = B$                        $\Sigma$       $\Lambda$

**γ.**  $P(A) + P(B) = 1$  τότε  $B = A'$                        $\Sigma$       $\Lambda$

**δ.**  $A \neq B$  τότε  $P(A) \neq P(B)$                        $\Sigma$       $\Lambda$      [6 μον.]

**ii.** Να αντιστοιχίσετε κάθε συνάρτηση f της στήλης A στην παράγωγο της f(x) στο  $x_0 = 1$  της στήλης B.

A	B
<b>α.</b> $f(x) = \sin(\pi x)$	<b>1.</b> 1
<b>β.</b> $f(x) = x^2 - e^x$	<b>2.</b> 0
<b>γ.</b> $f(x) = \frac{\ln x}{e^x}$	<b>3.</b> $2 - e$
<b>δ.</b> $f(x) = e^{1-x^2}$	<b>4.</b> -2
	<b>5.</b> $1/e$

[6 μον.]

### ΘΕΜΑ 2ο

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται η κατανομή των αθροιστικών συχνοτήτων της ηλικίας των υπαλλήλων μιας επιχείρησης τα δεδομένα έχουν ομαδοποιηθεί σε 4 κλάσεις.

Ηλικία [ - )	Αθροιστική Συχν. $N_i$
[20, 30)	10
[30, 40)	40
[40, 50)	80
[50, 60)	100

**α.** Ποια η μέση και η διάμεσος της ηλικίας των υπαλλήλων της επιχείρησης;

[11 μον.]

**β.** Επιλέγουμε τυχαία έναν από τους υπαλλήλους. Να βρεθεί η πιθανότητα:

Ελένη Πίνη, Μαθηματικός

i. Η ηλικία του να είναι τουλάχιστον 40 ετών

ii. Η ηλικία του να είναι μικρότερη από την μέση ηλικία των υπαλλήλων της επιχ/σης. [14 μον.]

### **ΘΕΜΑ 3ο**

A. Επιλέγουμε στην τύχη έναν αριθμό  $a$  από το σύνολο  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  (τα στοιχειώδη ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα).

Ποια η πιθανότητα η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης  $f(x) = ax^3 - a^2x + 4$  στο σημείο της  $M(1, f(1))$  να έχει συντελεστή διεύθυνσης ίσο με 2; [12 μον.]

B. Σε μια εταιρεία γίνεται μείωση των μισθών κατά 20% και τους δίνεται πριμ ίσο με το 30% του αρχικού μέσου μισθού. Αν ο συντελεστής μεταβολής τελικά είναι 25% ποιος ο αρχικός συντελεστής μεταβολής; [13 μον.]

### **ΘΕΜΑ 4ο**

Έστω  $\Omega = \{0, 1, 2, 3\}$  είναι ένας δειγματικός χώρος με  $4P(0) = P(1) = 2P(2) = 4P(3) = \frac{1}{\kappa}$ .

α. Να δείξετε ότι  $\kappa = 2$ . [6 μον.]

β. Έστω η συνάρτηση  $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - (\lambda^2 - 3\lambda + 5)x + 2004$  όπου  $\lambda \in \Omega$ . να βρείτε την πιθανότητα του

ενδεχόμενου:  $A = \{\lambda \in \Omega \text{ η συνάρτηση } f \text{ παρουσιάζει ελάχιστο για } x = 1\}$ . [6 μον.]

γ. Οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής  $X$  είναι οι ακόλουθες: 1, 1, 6,  $\lambda^2$ , 3, 3, 2,  $6 - 3\lambda$  όπου  $\lambda$  στοιχειώδες ενδεχόμενο του  $\Omega$ . Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχόμενου

$B = \{\lambda \in \Omega / \text{ η μέση τιμή } \bar{x} \geq 2,5\}$ . [6 μον.]

δ. Να βρείτε τις πιθανότητες  $P(A \cap B)$ ,  $P(A \cup B)$ ,  $P(A - B)$ ,  $P(B - A)$ ,  $P(B' - A)$ ,  $P(A' - B)$ ,  $P(A' \cap B')$ ,  $P(A' - B')$ . [7 μον.]